DISEÑOS BASADOS EN SUBCONJUNTOS PARA EL ANÁLISIS CONJUNTO: UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA SU APLICACIÓN EN ESTUDIOS DE MARKETING

RUBÉN HUERTAS-GARCÍA

JUAN CARLOS GÁZQUEZ-ABAD

FRANCISCO J. MARTÍNEZ-LÓPEZ

rhuertas@ub.edu , jcgazque@ual.es, fjmlopez@ugr.es

Universitat de Barcelona, Universidad de Almería, Universidad de Granada, Universitat Oberta de Catalunya

RESUMEN

El desarrollo de experimentos sobre las preferencias de los consumidores en el ámbito del análisis conjunto suele generar una variación en la respuesta mucho mayor que en otras aplicaciones como, por ejemplo, en los experimentos para la mejora de productos y procesos. Se han encontrado problemas similares en los experimentos realizados en biotecnología, farmacia y agroquímica respecto a la química. La característica común de todas estas industrias, al igual que los experimentos que utilizan como nuestra al consumidor, es que trabajan con materiales biológicos y, por tanto, tienen que aceptar la variación natural que existe en los organismos vivos. En este artículo se propone una metodología basada en diseños formados por subconjuntos de experimentos agrupados en bloques adaptados a procesos con una alta variabilidad, y que puede ser aplicado a experimentos en el campo del marketing.

La metodología incluye tres fases: 1) Determinar el número de perfiles o prototipos que se han de incluir en el experimento; 2) Construir la combinación de niveles de cada uno de los factores en base a un diseño de tres niveles, 3^q, utilizando el criterio de eficiencia D-óptimo; y 3) la organización de los diseños en una estructura de bloques ortogonales. Se describen sus propiedades y, por último, se ofrece un ejemplo ilustrativo.

Palabras clave:

Diseños de experimentos basados en subconjuntos, diseños en bloques, análisis conjunto, criterio D-óptimo

1. Introducción

El diseño de experimentos es una técnica utilizada por la dirección de operaciones para la mejora de producto y de proceso y que tiene su origen en el trabajo de Sir Ronald Fisher en la década de 1920. El análisis conjunto comparte la misma base teórica en cuanto al proceso de diseño y aunque originalmente fue utilizado en el campo de la psicología, a partir de 1970 se introdujo en la investigación de mercados (Gustafsson, Herrmann, & Huber, 2007). Green y Srinivasan (1978) definieron el análisis conjunto (CA por sus siglas en inglés) en términos generales, como cualquier método de tipo descomposicional utilizado para estimar la estructura de preferencias del consumidor.

El CA consiste en la presentación a los encuestados de un conjunto de conceptos en los que los niveles de los atributos correspondientes a cada factor han sido combinados de acuerdo a un diseño experimental. A los encuestados, se les pide entonces que evalúen los conceptos de productos diferentes, por lo general con algún tipo de escala de calificación. En el análisis posterior, es posible estimar la influencia de los atributos de cada producto y las interacciones entre ellos en las preferencias de los encuestados.

Se han propuesto seis pasos para la realización de un experimento conjunto (Gustafsson et al., 2007; Green & Srinivasan, 1978; Wittink, & Cattin, 1989): 1) Selección de un modelo de preferencia; 2) Método para recoger los datos, 3) Construcción de conjunto de estímulos mediante un diseño factorial completo o factorial fraccionado. 4) Presentación de los estímulos; 5) Escala de medición para la variable dependiente; 6) Método de estimación.

Cuando se habla de la selección del modelo de preferencia se refiere al tipo de relación funcional que se presupone en los niveles de los factores. Si la variable es una escala de razón o intervalo, la utilización de un modelo vectorial puede ser una buena aproximación. Así, la preferencia por el atributo, s_j, vendrá dado por

$$s_j = \sum_{p=1}^{P} w_p \, y_{jp}$$

donde w_p es el peso individual por el atributo t y, su valor, indicaría la pendiente.

Otras formas pueden ser el criterio del punto ideal o los valores parciales. Los modelos de valoraciones parciales tienen un sistema de codificación por variables “dummies” y están habitualmente escalados, de tal manera que el valor parcial más bajo es cero dentro de cada atributo (Green, Krieger, & Wind, 2001). También es posible combinar las características de los tres modelos formulando modelos mixtos. No obstante, el criterio de valores parciales suele ser responsable de la presencia de un elevado número de variables en el modelo de regresión aplicado para su ajuste. Además, en muchos casos, seria recomendable su transformación en modelos vectoriales que permiten ajustes más parsimoniosos; esto simplemente requiere modificar el sistema de codificación. Raghavarao, Wiley, & Chitturi, (2011) recomiendan esta opción cuando los niveles tienen un comportamiento monótono creciente o decreciente.

En cuanto al método de recolección de datos. CA suele considerar dos opciones: los métodos de dos factores a la vez y los de perfil completo. La aplicación de los primeros decreció considerablemente a partir de la década de los 80 (Wittink & Cattin, 1989). De esta manera, los enfoques que han perdurado son el del perfil completo y el del perfil parcial, este último debido al éxito que ha alcanzado el Análisis Conjunto Adaptado (ACA) (Wittink, Vriens & Burhenne, 1992). En el enfoque de perfil completo, cada perfil presenta una combinación de niveles de todos los factores o variables que participan en el experimento. Pero, por otro lado, tiene la desventaja de convertir la labor de los entrevistados en difícil, dado que deben considerar diferentes factores a la vez. Este enfoque cuenta con varias limitaciones; en primer lugar, la información puede sobrepar la capacidad de los entrevistados, recurriendo éstos a heurísticas, e ignorando las variaciones en los factores menos importantes. Los resultados, por tanto, obtenidos en una situación de este tipo no serán representativos de un comportamiento de la vida real, donde los individuos pueden tener más tiempo y motivación para deliberar sobre la elección entre un reducido abanico de alternativas. Debido al problema de la saturación informativa, el procedimiento de perfil completo está generalmente restringido a cinco o seis factores.

El principal argumento para la defensa del enfoque de perfil completo es que ofrece la descripción más realista de los estímulos. A pesar de todo esto, para un número limitado de factores y un entorno en que la correlación entre factores es importante, el perfil completo es probablemente el mejor en términos de validez predictiva. Tal y como señalan Green & Srinivasan, (1990) el método de perfil completo utilizando puntuaciones u ordenación de los estímulos, estimando los valores parciales mediante regresión por mínimos cuadrados ordinarios, es la aplicación más común en AC.

Dada la importante variación de preferencias entre personas, el análisis conjunto se suele desarrollar en una categoría desagregada, en lugar de analizar los datos de manera agregada o en categoría de segmento. Se asume que la forma funcional es la misma para todos los individuos, pero se acepta que los parámetros pueden variar entre ellos.

Uno de los principales problemas de utilizar este enfoque queda reflejado en el trabajo de Wittink & Cattin (1989), quienes señalan que el trabajo típico de CA tiene muy pocos grados de libertad. El estudio comercial medio tiene 16 estímulos evaluando ocho atributos con tres niveles cada uno. Tomando al pie de la letra esta descripción, no hay suficientes grados de libertad para ajustar la función más común de valores parciales. Una primera solución podría consistir en la utilización de modelos vectoriales o de punto ideal para reducir el número de variables cuando esto sea posible.

Por otro lado, el análisis conjunto típico suele estimar sólo los efectos principales sin considerar las interacciones. En ciertos casos, los efectos de las interacciones, en particular las interacciones de dos factores, pueden ser importantes; por ejemplo, las aplicaciones que incluyen fenómenos sensoriales (e. g., alimentación, bebidas o productos de cuidado personal) y en las características estéticas y de estilo (Green & Srinivasan, 1990). Esto plantea un dilema entre generar estudios más realistas, utilizando modelos con interacciones, es decir evaluando los efectos de la presencia conjunta de dos o más factores, pero con problemas de estimación debido a la incorporación de parámetros adicionales, o viceversa (Hagerty, 1986)

En general, parece que el análisis conjunto convencional basado en individuos puede ser difícil de mejorar de manera importante, al menos cuando el número de evaluaciones de estímulo es mayor en relación con el número de parámetros que se estima (Green & Srinivasan, 1990). Hagerty (1986) destaca que el énfasis en maximizar el poder de predicción a nivel individual puede estar fuera de lugar. Se señala, además, acertadamente que se debe mostrar mayor preocupación por la exactitud de la predicción de las cuotas de mercado en el simulador de elección.

A lo largo de los años, los especialistas en diseño experimental han ido desarrollando modelos teóricos y algoritmos para la construcción de diseños experimentales; algunos de ellos pueden ser utilizados en los problemas de análisis conjunto y en los modelos de elección discreta (Raghavarao et al., 2011). Uno de estos casos son los modelos basados en subconjuntos estructurados en bloques que permiten la evaluación personal de los escenarios en diferentes momentos o etapas, reduciendo el efecto de saturación informativa y ofreciendo suficientes grados de libertad para ajustar un polinomio de segundo grado. No obstante, también se pueden utilizar en evaluaciones agregadas, donde cada bloque es evaluado por un grupo de consumidores (Danaher, 1997).

Este trabajo se centra en la construcción de conjunto de estímulos mediante un diseño experimental. Se propone un nuevo diseño y una metodología para su construcción, en el campo del marketing, basado en un diseño formado por subconjuntos estructurados en bloques para la construcción de diseños factoriales 3^q óptimos. En el análisis conjunto, de manera habitual, se han utilizado diseños pequeños para ajustar modelos de primer orden, mientras que la aplicación propuesta requerirá un mayor número de perfiles para obtener explicaciones con una mayor fiabilidad de los parámetros del modelo. Esta metodología se ha adaptado de los trabajos publicados por Gilmour y Trinca en el campo de la biología.

El trabajo se estructura del siguiente modo. En primer lugar se presentan los problemas del análisis conjunto para evaluar las preferencias individuales y la alternativa que presentan los modelos basados en subconjuntos y estructurados en bloques. A continuación, se describen las etapas de diseño de estos modelos. Seguidamente, se muestra un ejemplo de diseño y, por último, se presentan las conclusiones y algunas posibles extensiones de la propuesta desarrollada.

2. Diseños experimentales mediante modelos basados en subconjuntos

Los modelos basados en subconjuntos surgen tras criticar que los textos estándares sobre diseño experimental (e.g., Box, Hunter & Hunter, 1999; Myers y Montgomery, 2002) muestran ejemplos sobre varias aplicaciones de la metodología, pero destacan los procesos químicos. En los casos analizados se suelen utilizar un número reducido de experimentos, con una variabilidad reducida. Sin embargo, en otros campos, como por ejemplo la industria bioquímica, farmacia y agroquímica las desviaciones estándares de las observaciones suelen ser unas diez veces mayores que en los procesos químicos. El hecho de trabajar con material biológico implica aceptar la variación natural que existe en los organismos vivos (Gilmour y Trinca, 2006). Por tanto, para hacer frente a este problema se recomienda utilizar diseños con un mayor número de estímulos, aunque reagrupados en bloques. Además, hay que enfatizar los principios tradicionales de la experimentación, que son la aleatorización, la réplica y el bloqueo.

El uso del bloqueo, para separar las fuentes más grandes de la variación en la respuesta, es mucho más importante en la estimación de este tipo de experimentos que en los procesos químicos. En muchas aplicaciones se producen grandes variaciones de un día a otro, simplemente generadas por los cambios en las condiciones ambientales, ya sea por la degradación de los materiales y otras causas no controladas. Se considera que esta metodología puede ser adaptada al análisis conjunto, puesto que se pueden encontrar circunstancias similares en cuanto a la generación de una alta variabilidad de la respuesta cuando se trabaja con las preferencias de los individuos, tanto en experimentos conjuntos como en modelos de elección discreta.

La alta variabilidad en las respuestas ha sido un tema recurrente de la literatura, tanto en la investigación de mercados como en el análisis conjunto. Por ejemplo, Louviere et al. (2008) definen la "coherencia en la elección" como el grado de variabilidad en los resultados de la elección que no se explican por las características de los productos y las preferencias asociadas a las mismas. Una escasa coherencia en la elección puede ir asociada con un mayor error, una alta variabilidad en la elección, una alta incertidumbre sobre la elección y una alta heterogeneidad de la muestra. La variabilidad en la elección puede provenir de: (a) una inconsistencia real de la elección o la variabilidad en los individuos que pudieran deberse a la complejidad cognitiva, así como a otros factores; y (b) la variabilidad entre las personas debido a las diferencias en su sensibilidad a (las preferencias de) los atributos o niveles (Louviere et al., 2008). Al igual que en los materiales biológicos el uso de los experimentos en bloques, puede ayudar a reducir la variabilidad, debido a la complejidad cognitiva en declarar su estructura de las preferencias.

Por otro lado, los estudios muestran que sólo el 10% de las aplicaciones comerciales tienen en cuenta la existencia de interacciones (Gustafsson et al., 2007). En el diseño de experimentos, la identificación y la estimación de las interacciones entre los factores experimentales se considera como fundamental (Box, Hunter & Hunter, 1999). Dentro del campo de análisis conjunto, por el contrario, parece haber cierta confusión acerca de los beneficios que aportan las interacciones. Algunas evidencias empíricas indican que la inclusión de ciertas interacciones a menudo conduce a menor validez predictiva (Hagerty, 1986). Sin embargo, si se agregan los datos, los modelos que incluyen interacciones tienden a ser superiores. Además, las interacciones, en particular las interacciones de dos factores, pueden ser de vital importancia en las zonas donde las percepciones sensoriales son importantes; por ejemplo, para la creación de los alimentos o productos para el cabello y los aspectos estéticos (Green y Srinivasan, 1990).

La idea de la estructura de bloques implica separar las unidades experimentales heterogéneas y agruparlas en grupos más homogéneos; el motivo de la heterogeneidad puede ser diverso, por ejemplo, la realización del experimento en diferentes momentos, la distinta procedencia de los sujetos, etc. No obstante, se presupone que la variable de bloqueo es capaz de recoger esta fuente de variabilidad. Los diseños formados por subconjuntos organizados en bloques se adaptan a entornos experimentales con una alta variación en las respuestas, proporcionando diversos beneficios, entre los que destacan: la superación de los problemas que tiene el análisis conjunto en el análisis individual, de pocos grados de libertad, y la posibilidad de ajustar una ecuación con factores principales, interacciones de dos factores y factores al cuadrado. El procedimiento está diseñado para que los factores presenten una estructura vectorial en sus niveles, aunque para las otras dos opciones cabría estudiar su adecuación. El proceso consiste en determinar el tamaño de los estímulos, la construcción del experimento sobre la base de factoriales a tres niveles, 3^q, utilizando el criterio de eficiencia D-óptimo, y la organización de los diseños en una estructura de bloques ortogonales. Con esta metodología se puede reducir la variabilidad entre los individuos y se estiman las interacciones de dos factores y el cuadrado de los factores principales.

3. Estrategia de diseño

La estrategia para el diseño de un modelo basado en subconjuntos en bloques comprende las siguientes tres etapas (Gilmour y Trinca, 2006):

(1) Determinar el número de experimentos a realizar;

(2) El proceso para diseñar el número de experimentos debe cumplir una serie de propiedades deseables; por ejemplo, ser un diseño D-óptimo; finalmente,

(3) Eel conjunto de perfiles se organiza en bloques de tal manera que estas propiedades se mantengan.

El modelo que se va a ajustar en una ecuación polinómica de segundo orden, donde se estiman los factores principales, las interacciones de dos factores y los factores al cuadrado es el siguiente:

$$\mu = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{q} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{q-1} \sum_{j=i+1}^{q} \beta_{ij} x_i x_j, \tag{1}$$

Para esta ecuación el número de parámetros que se deben estimar son:

$$p = 1 + 2q + \frac{q(q-1)}{2}, \tag{2}$$

donde q es el número de variables o factores considerados en el experimento.

3.1. La elección del tamaño del experimento

Para estimar el tamaño del experimento, se ha utilizado la “ecuación de recurso” propuesta por Mead (1988), que es un concepto útil para la primera etapa de diseño. Esta ecuación requiere que el investigador proponga el número de factores q y el número de bloques n_b. La ecuación determina el tamaño del experimento, es decir, el número de perfiles que se deben considerar

$$n = \frac{n}{n_b} + \frac{q(q+3)}{2} + n_{lof} + n_{pe}, \tag{3}$$

donde n es el número de estímulos, q es el número de variables o factores, nb el número de experimentos en cada bloque, nlof es un número reducido de grados de libertad (por lo general entre 5 y 10) para la estimación de los términos de orden superior y para comprobar la falta de ajuste, y npe es un número pequeño (normalmente entre 5 y 15) de grados de libertad para la estimación del error puro.

3.2. Diseño del experimento

La literatura, tanto desde el análisis conjunto como del diseño de experimentos, recomienda utilizar diseños factoriales fraccionados (e.g., Green & Srinivasan, 1990; Box, Hunter & Hunter, 1999; Myers y Montgomery, 2002). El motivo es que si se utiliza un diseño factorial completo el número de posibles estímulos crecerá de manera exponencial, haciéndose inviable su aplicación. Por ejemplo, tres factores a tres niveles y dos factores a dos niveles generan un total de $3^3 \times 2^2 = 108$. Por tanto, la forma habitual de utilizar los diseños factoriales es utilizar diseños fraccionados para reducir el número de combinaciones a un tamaño manejable, aunque esto comporta pagar el precio de sacrificar la estimación de las interacciones. Los diseños basados en subconjuntos tienen una estructura cuasi-ortogonal y, aunque construir los escenarios utilizando diseños factoriales ortogonales produce unos resultados mucho menos ambiguos que la utilización de diseños con factores correlacionados, en esto es conveniente una aproximación flexible. La presencia de correlaciones entre atributos en sí mismo no viola ninguna asunción sobre el análisis conjunto. En algunos casos se pueden aceptar grados de correlación moderados, por ejemplo, al estimar las interacciones. Esto es similar a los modelos de regresión múltiple en los cuales no hay asunciones sobre que los predictores deben ser perfectamente ortogonales. Siguiendo la teoría econométrica coeficientes de correlación por debajo de 0,4, indican la presencia de problemas de multicolinealidad no severos (Verhoef & Leeflang, 2009). La correlación entre atributos, no obstante, incrementa el error en la estimación de los parámetros de preferencia (Johnston & DiNardo, 2001), por lo que dicha correlación debe mantenerse lo más bajo posible, si bien, no es necesario que sea cero. Esto se garantiza escogiendo las combinaciones D-óptimas.

Por tanto, el diseño requerirá una serie de condiciones que permitan estimar un modelo polinomial de segundo orden de manera eficiente y con grados de libertad suficientes.

Gilmour (2005) introdujo una clase muy interesante de diseños factoriales con tres niveles, denominados diseños en subconjunto (SD por sus siglas en inglés). Los diseños con tres niveles pueden ser codificados de varias formas, como es la vectorial, el valor óptimo o los valores parciales. En los diseños SD la codificación propuesta es vectorial con tres niveles, -1, 0 y 1. Los diseños en subconjuntos están formados por grupos de diseños factoriales derivados de un factorial 3^q. Estos fueron definidos por Hoke (1974) de la siguiente manera: sea Sr, $r = 1, ..., q$, el subconjunto de puntos de un diseño factorial 3^q, dada una hiperesfera de radio $\sqrt{r}$ alrededor del punto central, S_0. Por lo tanto, S_r contiene todos los puntos que tienen factores de r con el valor ± 1 y el resto q - r factores con un valor 0. Hoke (1974) también propuso una combinación de diseños que obtienen modelos eficientes con el menor número de experimentos posibles. Gilmour (2005) siguiendo sus pasos estudió los diseños compuestos por combinaciones de diferentes S_r. Se trata de un diseño formado por una combinación lineal ponderada de S_r subconjuntos que vendrá determinada por $c_{r1}\ S_{r1} + c_{r2}\ S_{r2} + ... + c_{rq}\ S_{rq}$ y $c_r\ S_r$ significa que los puntos en el subconjunto S_r se repiten c_r veces. Gilmour (2005) desarrolló las propiedades de estos diseños con más detalle y presentó varias extensiones. En un artículo posterior, se consideró la posibilidad de emparejar estos diseños con los similares geométricos para evaluarlos desde una perspectiva D-óptima (Gilmour y Trinca, 2006).

Hay múltiples combinaciones de diseños SD que permiten ajustar modelos polinomiales de segundo orden. No obstante, todas estas combinaciones deben reunir los siguientes requisitos:

- Debe existir una constante mayor que cero, $c_r > 0$, para, al menos, dos r que se encuentren entre $1 \leq r \leq q - 1$. De esta manera, todos los parámetros cuadráticos pueden ser estimados;
- Debe existir una constante mayor que cero, $c_r > 0$ para, al menos, una $r \geq 2$ de tal manera que todas las interacciones puedan ser estimadas;

Se considera que el subconjunto S_r contiene $\binom{q}{r} 2^r$ combinaciones de niveles configurados de la siguiente manera: un diseño factorial 2^r en los niveles -1 y 1 para cada combinación de factores r, y los otros q - r valores de los factores sea 0. Y esto para cada uno de los subconjuntos S_r.

Para que la correlación entre factores se mantenga en el mínimo grado posible, se evaluará la eficiencia de cada estructura de SD construida. Para ello, se ha seguido el criterio D-óptimo, dado que según la literatura es el más utilizado (Toubia, & Hauser, 2007; Vermeulen et al., 2008).

Para estimar la eficiencia se calcula el determinante de la matriz de momento, es decir,

$$|\mathbf{M}| = \frac{|\mathbf{X'X}|}{N^p}, \tag{4}$$

donde p es el número de parámetros del modelo y N es el número de experimentos. En el supuesto de trabajar con un modelo normal con errores independientes y la varianza constante, el determinante de X'X es inversamente proporcional al intervalo de confianza de los coeficientes de regresión. Esto es importante, ya que refleja lo bien que el conjunto de coeficientes ha sido estimado. Un valor bajo de $|\mathbf{X'X}|$ y, por tanto, un valor alto en $\left|(\mathbf{X'X})^{-1}\right| = 1/|\mathbf{X'X}|$, implica una estimación pobre de $\boldsymbol{\beta}$ en el modelo (Myers and Montgomery, 2002). Así, un diseño D-óptimo es aquel que maximiza $|\mathbf{M}| = |\mathbf{X'X}|/N^P$.

3.3. El diseño de bloques

Dado que el objeto de los diseños en subconjunto es generar un número suficiente de perfiles a estimar, en muchas ocasiones el experimento es demasiado largo, con un número elevado de estímulos, lo que dificulta una evaluación homogénea de cada concepto. Considerando un conjunto de estímulos resultado de un diseño experimental, es posible organizarlo en bloques de tamaño concreto, de tal manera que el diseño final organizado en bloques conserva la mayoría de propiedades del tratamiento inicial. Existen diferentes criterios para dividir un diseño experimental en bloques (Atkinson, y Donet, 1989). Trinca y Gilmour (2000) utilizan un factor de eficiencia de medias ponderadas, o criterio M_w, lo que implica utilizar un algoritmo para su estimación. No obstante, dado que el esquema del experimento es similar a un diseño de composición central en este estudio, se ha optado por una solución más simple basada en el diseño y construcción de bloques ortogonales (Myers y Montgomery, 2002). El bloqueo ortogonal implica que los efectos que genera la incorporación del bloque en el modelo son ortogonales a los coeficientes del modelo y, por tanto, no alteraría la eficiencia alcanzada con el diseño D-óptimo.

El modelo de segundo orden con q variables de diseño y b bloques que se debe estimar es el siguiente:

$$\mu = \beta_0 + \sum_{i=1}^{q} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{q} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{q-1} \sum_{j=i+1}^{q} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{m=1}^{b} \delta_m (z_{um} - \bar{z}_m), \tag{5}$$

donde δ_m es el coeficiente del efecto de bloqueo que genera el bloque m y z_{um} es una variable dicotómica; es decir, $z_{um} = 1$ si la observación u-ésima está en el bloque m y $\bar{z}_m$ es el promedio de variables ficticias para eliminar una de ellas y que la matriz de coeficientes no sea singular. De la ecuación (5), se deduce que los efectos de los bloques son ortogonales a los coeficientes de regresión, si

$$\sum_{i=1}^{q} x_i (z_{um} - \bar{z}_m) = 0, \quad m = 1,2,\ldots,b \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{q-1} \sum_{j=i+1}^{q} x_i x_j (z_{um} - \bar{z}_m) = 0, \; i \neq j, \quad m = 1,2,\ldots,b \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{q} x_i^2 (z_{um} - \bar{z}_m) = 0, \quad m = 1,2,\ldots,b \tag{8}$$

Es decir, tanto el primer momento como el mix de segundos momentos son iguales a cero. Estas condiciones se pueden dar en tres tipos de diseños (Myers y Montgomery, 2002): los diseños de composición central, los diseños de Box-Behnken y los diseños factoriales de dos niveles. Si consideramos las ecuaciones (6) y (7) para un valor específico de m (es decir, un bloque específico), se tiene

$$\sum_{block\ m} x_i = \sum_{block\ m} x_i x_j = 0, \qquad i \neq j, \tag{9}$$

Esto implica que cada bloque debe ser, en sí mismo, un diseño ortogonal de primer orden, donde la suma de los factores principales y primeras interacciones son cero.

De la ecuación (8) se puede reordenar la expresión de la siguiente manera

$$\sum_{i=1}^{q} x_i^2 \, z_{um} = \bar{z}_m \sum_{i \;\; 1}^{q} x_i^2 , \qquad (10)$$

La cantidad $\bar{z}_m$ es la fracción del total de escenarios que están en el bloque *m*-ésimo. Como resultado, la ecuación (10) implica que para cada variable de diseño, la suma de la contribución al cuadrado de cada bloque es proporcional al tamaño del bloque.

4. Ilustración práctica del método de diseño propuesto

Se considera, por ejemplo, un caso de diseño asimétrico con cinco factores: cuatro factores de tres niveles cada uno y un factor de dos niveles. Un diseño factorial completo requeriría $2 \times 3^4 = 162$ experimentos.

Ahora bien, si se quiere estimar un polinomio de segundo orden, a raíz de la ecuación (2), el número de parámetros que se pueden estimar son:

$$p = 1 + 2(5) + \frac{5(5-1)}{2} = 21$$

Por otra parte, se propone dividir el experimento en cinco bloques. En este caso, para cinco factores y ocho estímulos en cada bloque, donde $n_b = 8$, $q = 5$ y $n_{lof} + n_{pe} = 15$, (un valor similar es utilizado por Gilmour y Trinca de 2006) la *ecuación de recursos* es la siguiente:

$$n = \frac{n}{8} + \frac{5(5+3)}{2} + 15$$
$$\Rightarrow \quad n = 40$$

Por tanto, el número de estímulos debe ser 40 en cinco bloques de ocho experimentos cada uno. En este caso no ha sido necesario el redondeo, puesto que el número es múltiplo de ocho. Sin embargo, en otros casos pude requerir un redondeo al alza o a la baja, lo que es posible dado el margen de maniobra que proporcionan los grados de libertad añadidos.

Para el diseño del experimento, dado que hay cinco factores se pueden construir seis subconjuntos: S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 y el punto central S_0. Cada subgrupo S_r contiene r factores a nivel ± 1 y, el resto, $q - r$ factores a nivel 0. Por ejemplo, el S_5 tiene 5 factores ± 1 y el resto $5 - 5 = 0$ factores a nivel 0 y S_4 cuenta con 4 factores a nivel ± 1 y el resto $5 - 4 = 1$ factor a nivel 0.

Así, por ejemplo, el subconjunto S_3 contiene $\binom{5}{3} 2^3 = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} 2^3 = 80$ estímulos, pero, dado que uno de los factores sólo tiene dos niveles, el número de estímulos será menor. En este caso, se construyó el diseño subconjunto como si todos los cinco factores fueran de tres niveles y, en la columna de dos niveles, se eliminaron los valores y la línea que correspondía al valor cero. En resumen, de los 80 estímulos se eliminaron 36 estímulos que correspondían a ceros en el quinto factor quedando 48 estímulos en el subconjunto S_3, en el subconjunto S_5 quedaron 32 estímulos, S_4 con 64 estímulos, S_2 tiene 16 estímulos, S_1 tiene dos estímulos y S_0 un solo estímulo. El anexo muestra todos los subconjuntos disponibles.

Dado que el número de escenarios está formado por 40 estímulos, para estimar el polinomio de segundo grado de la ecuación (1) se requiere:

- Que exista una constante mayor que cero, $c_r > 0$, que multiplique, al menos, dos subconjuntos de r, y un $c_r > 0$ para, al menos, un r con $1 \leq r \leq 5 - 1$. Es decir, al menos dos constantes positivas que multipliquen dos S_r y, al menos uno de ellos que esté entre S_1 y S_4 y, de esta manera, todos los parámetros cuadráticos pueden ser estimados;

- Que exista una constante mayor que cero, $c_r > 0$ para, al menos, una $r \geq 2$. Es decir, una constante positiva que multiplique a un subconjunto entre S_2 y S_5 de tal manera que todas las interacciones puedan ser estimadas;

Por tanto, para cumplir ambas condiciones se necesitan como mínimo: a) dos subconjuntos, uno entre S_1 y S_4 y otro entre S_2 y S_5; o b) tres subconjuntos, uno entre S_0 y S_5, otro entre S_1 y S_4 y, un tercero, entre S_2 y S_5, de tal manera que formen 40 perfiles. Las posibilidades son muchas; por ejemplo, ½ S_5 + ½ S_3 = 40 estímulos, ¼ S_5 + ½ S_4 = 40 o ½ S_5 + S_2 = 40. De cada uno de estos diseños se calculó el determinante de la matriz de momento y se eligió el de valor máximo. Siguiendo, por tanto, el criterio D-óptimo los mejores diseños fueron: ½ S_5 + ½ S_3 = 40 escenarios; y ¼ S_5 + ½ S_4 = 40, y se ha tomado el primero.

Por último, siguiendo las dos condiciones para el diseño de bloques ortogonales, y dado que el diseño propuesto es similar a un diseño de composición central, se han separado los 40 estímulos en cinco bloques de 8 escenarios cada uno, todos ellos con una estructura ortogonal. Esto se puede comprobar sumando cada una de las columnas del tramo de bloqueo y verificando que el resultado es cero. Por tanto, la construcción de los bloques no ha alterado las características del diseño formado por subconjuntos, uno de los objetivos básicos de la construcción de bloques óptimos. La tabla 1 muestra el diseño resultante.

TABLA 1
Diseño adaptado a una ecuación de Segundo orden con bloques ortogonales

-1	-1	1	-1	-1	1	0	0	-1	-1	1	-1	0	-1	0
-1	-1	1	1	1	-1	0	0	-1	1	-1	-1	0	1	0
-1	1	-1	-1	1	-1	0	0	1	-1	-1	1	0	-1	0
-1	1	-1	1	-1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0
1	-1	-1	-1	1	1	0	-1	0	-1	1	-1	-1	0	0
1	-1	-1	1	-1	-1	0	-1	0	1	-1	-1	1	0	0
1	1	1	-1	-1	-1	0	1	0	-1	-1	1	-1	0	0
1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0
-1	-1	1	-1	1	1	-1	0	0	-1					
-1	-1	1	1	-1	-1	-1	0	0	1					
-1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0	-1					
-1	1	-1	1	1	1	1	0	0	1					
1	-1	-1	-1	-1	1	0	-1	-1	0					
1	-1	-1	1	1	-1	0	-1	1	0					
1	1	1	-1	1	-1	0	1	-1	0					
1	1	1	1	-1	1	0	1	1	0					

5. Conclusiones

En este trabajo se presenta un método para la construcción de diseños factoriales fraccionados basados en subconjuntos, para un diseño factorial con factores de tres niveles con una relación vectorial. Este diseño permite tanto su aplicación en el análisis conjunto clásico, en el que se evalúan las preferencias de cada individuo, como en los modelos agregados con procesos encadenados (Danaher, 1997). Es decir, la estructura en bloques permite las dos opciones: (1) que un mismo sujeto evalúe cada uno de los bloques por separado, evitando un proceso de saturación, y (2) que cada grupo de individuos evalúe un solo bloque en un análisis agregado (Raghavarao et al., 2011). Estos modelos se adaptan a la investigación asistida por ordenador, posibilitando una secuencia de elección de un bloque a otro que puede generarse de manera aleatoria. No obstante, se presupone que la variabilidad en la conducta por la evaluación secuencial, al pasar de un bloque a otro, se recoge en la variable de bloqueo. También sería posible su utilización en modelos de elección discreta, aunque en este caso habría que determinar la adaptación del diseño una estructura Pareto óptima.

Estos modelos son útiles en la medida en la que permiten hacer frente a dos problemas importantes del análisis conjunto. Primero, que las respuestas de los consumidores suelen ser mucho más volátiles que en los procesos industriales cuando se controla la calidad de proceso y, segundo, que el trabajo típico de análisis conjunto suele tener muy pocos grados de libertad con lo que se concentra la estimación en los factores principales sin considerar, en la mayoría de casos, la presencia de interacciones. No obstante, existen aplicaciones en los estudios sensoriales con características hedónicas donde las interacciones, en particular las de dos factores, pueden ser importantes. Por tanto, el diseño en subconjuntos permite considerar las reacciones humanas en un mayor número de experimentos aportando una mayor fiabilidad de sus resultados; también permite la estimación de las interacciones de dos factores y los factores al cuadrado.

El análisis, una vez realizado el diseño, es estándar. Se puede ajustar por mínimos cuadrados ordinarios. Sin embargo, presenta una limitación: el diseño fue propuesto para una estructura de los niveles de tipo vectorial. Por tanto, las otras formas, como el criterio del punto ideal o los valores parciales, deberían analizarse. Tampoco se conoce su aplicación en los modelos de elección discreta.

No obstante, a pesar de las limitaciones comentadas, se espera que los investigadores de marketing puedan emplear este método en sus diseños experimentales y les resulte útil en la práctica.

Anexo

Subconjuntos formados por cinco factores, cuatro de tres niveles y uno de dos

S5	S4	S3	S2	S1	S0
-1 -1 -1 -1 -1	-1 -1 -1 -1 0	-1 -1 -1 0 0	-1 -1 0 0 0	-1 0 0 0 0	0 0 0 0 0
-1 -1 -1 -1 1	-1 -1 -1 1 0	-1 -1 1 0 0	-1 1 0 0 0	1 0 0 0 0	
-1 -1 -1 1 -1	-1 -1 1 -1 0	-1 1 -1 0 0	1 -1 0 0 0		
-1 -1 -1 1 1	-1 -1 1 1 0	-1 1 1 0 0	1 1 0 0 0		
-1 -1 1 -1 -1	-1 1 -1 -1 0	1 -1 -1 0 0	-1 0 -1 0 0		
-1 -1 1 -1 1	-1 1 -1 1 0	1 -1 1 0 0	-1 0 1 0 0		
-1 -1 1 1 -1	-1 1 1 -1 0	1 1 -1 0 0	1 0 -1 0 0		
-1 -1 1 1 1	-1 1 1 1 0	1 1 1 0 0	1 0 1 0 0		
-1 1 -1 -1 -1	1 -1 -1 -1 0	-1 -1 0 -1 0	-1 0 0 -1 0		
-1 1 -1 -1 1	1 -1 -1 1 0	-1 -1 0 1 0	-1 0 0 1 0		
-1 1 -1 1 -1	1 -1 1 -1 0	-1 1 0 -1 0	1 0 0 -1 0		
-1 1 -1 1 1	1 -1 1 1 0	-1 1 0 1 0	1 0 0 1 0		
-1 1 1 -1 -1	1 1 -1 -1 0	1 -1 0 -1 0	-1 0 0 0 -1		
-1 1 1 -1 1	1 1 -1 1 0	1 -1 0 1 0	-1 0 0 0 1		
-1 1 1 1 -1	1 1 1 -1 0	1 1 0 -1 0	1 0 0 0 -1		
-1 1 1 1 1	1 1 1 1 0	1 1 0 1 0	1 0 0 0 1		
1 -1 -1 -1 -1	-1 -1 -1 0 -1	-1 0 -1 -1 0			
1 -1 -1 -1 1	-1 -1 -1 0 1	-1 0 -1 1 0			
1 -1 -1 1 -1	-1 -1 1 0 -1	-1 0 1 -1 0			
1 -1 -1 1 1	-1 -1 1 0 1	-1 0 1 1 0			
1 -1 1 -1 -1	-1 1 -1 0 -1	1 0 -1 -1 0			
1 -1 1 -1 1	-1 1 -1 0 1	1 0 -1 1 0			
1 -1 1 1 -1	-1 1 1 0 -1	1 0 1 -1 0			
1 -1 1 1 1	-1 1 1 0 1	1 0 1 1 0			
1 1 -1 -1 -1	1 -1 -1 0 -1	-1 -1 0 0 -1			
1 1 -1 -1 1	1 -1 -1 0 1	-1 -1 0 0 1			
1 1 -1 1 -1	1 -1 1 0 -1	-1 1 0 0 -1			
1 1 -1 1 1	1 -1 1 0 1	-1 1 0 0 1			
1 1 1 -1 -1	1 1 -1 0 -1	1 -1 0 0 -1			
1 1 1 -1 1	1 1 -1 0 1	1 -1 0 0 1			
1 1 1 1 -1	1 1 1 0 -1	1 1 0 0 -1			
1 1 1 1 1	1 1 1 0 1	1 1 0 0 1			
	-1 -1 0 -1 -1	-1 0 -1 0 -1			
	-1 -1 0 -1 1	-1 0 -1 0 1			
	-1 -1 0 1 -1	-1 0 1 0 -1			
	-1 -1 0 1 1	-1 0 1 0 1			
	-1 1 0 -1 -1	1 0 -1 0 -1			
	-1 1 0 -1 1	1 0 -1 0 1			
	-1 1 0 1 -1	1 0 1 0 -1			
	-1 1 0 1 1	1 0 1 0 1			
	1 -1 0 -1 -1	-1 0 0 -1 -1			
	1 -1 0 -1 1	-1 0 0 -1 1			
	1 -1 0 1 -1	-1 0 0 1 -1			
	1 -1 0 1 1	-1 0 0 1 1			
	1 1 0 -1 -1	1 0 0 -1 -1			
	1 1 0 -1 1	1 0 0 -1 1			
	1 1 0 1 -1	1 0 0 1 -1			
	1 1 0 1 1	1 0 0 1 1			
	-1 0 -1 -1 -1				
	-1 0 -1 -1 1				
	-1 0 -1 1 -1				
	-1 0 -1 1 1				
	-1 0 1 -1 -1				
	-1 0 1 -1 1				
	-1 0 1 1 -1				
	-1 0 1 1 1				
	1 0 -1 -1 -1				
	1 0 -1 -1 1				
	1 0 -1 1 -1				
	1 0 -1 1 1				
	1 0 1 -1 -1				
	1 0 1 -1 1				
	1 0 1 1 -1				
	1 0 1 1 1				

Referencias bibliográficas

ATKINSON, A. C., & DONEV, A. N. (1989). The Construction of exact D-optimum experimental designs with application to blocking response surface designs. Biometrika, Vol 76 (Nº 3), pp. 515-526.

BLOMKVIST, EKDAHL, & GUSTAFSSON (2007). Conjoint Analysis as an Instrument of Market Research Practice, in Gustafsson, A., Herrmann, A. & Huber, F. (2007) Conjoint Measurement. Methods and Applications (4^{th} Edition). Ed. Springer.

BOX, HUNTER & HUNTER (1999): Estadística para investigadores. Ed. Paraninfo

DANAHER, P. J. (1997). Using conjoint analysis to determine the relative importance of service attributes measured in customer satisfaction surveys. Journal of Retailing, 73(2), 235-260

GILMOUR, S. G. (2005). Response Surface Designs for Experiments in Bioprocessing. Biometrics, Vol. 62, (June), pp. 323-331.

GILMOUR, S. G. & TRINCA, L. A. (2006). Response Surface Experiments on Processes with High Variation, in KHURI, A. I. (2006). Response Surface Methodology and Related Topics, World Scientific Publishing Co.

GREEN, P. E. & SIRIVASAN, V. (1978). Conjoint Analysis in Consumer Research: Issues and Outlook. Journal of Consumer Research, nº 5 (September) pp. 103-123.

GREEN, P. E. & SIRIVASAN, V. (1990). Conjoint Analysis in Marketing: New Developments with Implications for Research and Practice. Journal of Marketing, nº 54 pp. 3-19.

GREEN, P. E., KRIEGER, A. M., & WIND, Y. (. (2001). Thirty years of conjoint analysis: Reflections and prospects. Interfaces, 31(3), S56-S73.

GUSTAFSSON, A., HERRMANN, A., & HUBER, F. (2007). Conjoint measurement :Methods and applications (4th ed.). Berlin: Springer.

HAGERTY, M. R. (1986). Improving the predictive Power of Conjoint Analysis: The use of Factor Analysis and Cluster Analysis, Journal of Marketing Research, Nº 22, pp. 168-184.

HOKE, A. T. (1974). Economical second order designs based on irregular fractions of the 3^n factorial. Technometrics, Vol. 16, pp. 375-384.

Johnston, J., & DiNardo, J. E. (2001). Métodos de econometría. Barcelona: Vicens-Vives.

LOUVIERE, J.L., ISLAM, T., WASI, N., STREET, D. & BURGESS, L. (2008). Designing Discrete Choice Experiments: Do Optimal Designs Come at a Price?. Journal of Consumer Research, Vol. 35,

MEAD, R. (1988) The Design of Experiments. Cambridge: Cambridge University Press; cited on Gilmour, S. G. & Trinca, L. A. (2006): "Response Surface Experiments on Processes with High Variation" in Khuri, A. I. (2006): Response Surface Methodology and Related Topics, World Scientific Publishing Co.

MYERS, R. H., & MONTGOMERY, D. C. (2002). Response Surface Methodology. John Wiley & Sons, Inc.

RAGHAVARAO, D., WILEY, J. B., & CHITTURI, P. (2011). Choice-based conjoint analysis: Models and designs (1 edition ed.) Chapman and Hall/CRC.

TOUBIA, O., & HAUSER, J. R. (2007). On Managerially Efficient Experimental Designs. Marketing Science, (November-December), Vol. 26, pp. 851 - 858.

TRINCA, L. A. & GILMOUR, S. G. (2000). An algorithm for arranging response surface designs in small blocks. Computational Statistics & Data Analysis, Vol. 33, pp. 25-43.

VERHOEF, P. C., & LEEFLANG, P. S. H. (2009). Understanding the marketing department's influence within the firm. Journal of Marketing, 73(2), 14-37.

VERMEULEN, B., GOOS, P & VANDEBROEK, M. (2008). Models and optimal designs for conjoint choice experiments including a no-choice option. International Journal of Research in Marketing, Vol. 25, pp. 94-103.

WITTINK, R. D.; VRIENS, M. & BURHENNE, W. (1992): Commercial Use of Conjoint Analysis in Europe: Results and Critical Reflections. Sawtooth Software Research Paper Series.

WITTINK, R.D. & CATTIN, P. (1989). Commercial use of conjoint analysis: an update. Journal of Marketing, nº 53, pp. 91-96.